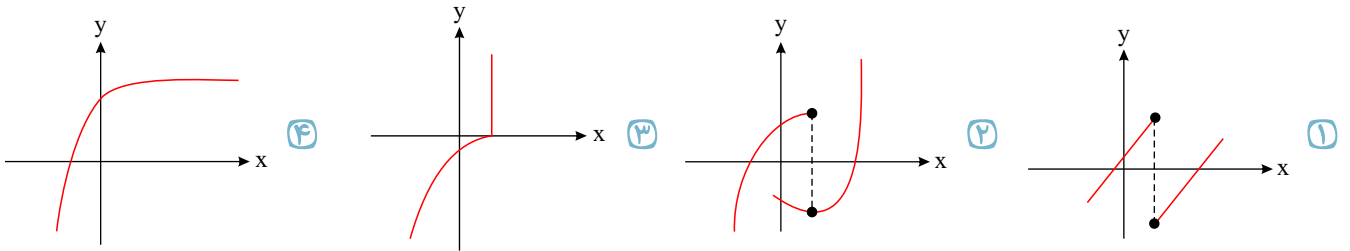


مجموعه تست های جلسه اول درس ریاضی انسانی

۱) کدام نمودار، نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟



۲) اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳) فرض کنید رابطه f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۴) دو نفر می خواهند زمینی به شکل مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار بین دو قسمت مشترک باشد. اگر کمترین طول حصارکشی ۲۱۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

۱) $S(x) = 210x - \frac{1}{2}x^2$ و $0 < x < 70$ ۲) $S(x) = 210x - \frac{1}{2}x^2$ و $0 < x < 105$

۳) $S(x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$ و $0 < x < 70$ ۴) $S(x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$ و $0 < x < 105$

۵) اگر تابع خطی $f(x) = (\frac{1-m}{2})x - m + \frac{1}{2}$ به ازای همه مقادیر m از نقطه (a, b) بگذرد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) ۴ ۴) -۴

۶) اگر ضابطه تابع خطی $f(x) = \frac{-4}{a+2}x + b$ ، $f(1) = 2a - 1$ و $f(-\frac{a}{2}) = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- ۱) ۳٫۲ ۲) ۱٫۶ ۳) ۲ ۴) ۱

۷) رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

- ۱) ۲٫۵ ۲) ۲۰٫۵ ۳) ۲۴ ۴) ۴۲

۸) اگر $f = \{(1, x-2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۹) نمودار یک تابع خطی از نقاط $(1, -4)$ و $(-1, 3)$ ، $(-2, a)$ می گذرد. مقدار a کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۶٫۵ ۳) ۷ ۴) ۷٫۵



۱۰) یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B یک تابع نامیده می‌شود، هر گاه

- ۱) هر عضو مجموعه A به دو عضو مجموعه B نظیر شده باشد.
 ۲) متناظر با هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر یا مربوط کرد.
 ۳) متناظر با هر عضو از مجموعه A حداقل یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر کرد.
 ۴) هر رابطه بین دو مجموعه A و B یک تابع است و شرط خاصی بین اعضای دو مجموعه وجود نخواهد داشت.

۱۱) اگر دو زوج مرتب $(-1, -6)$ و $(-1, 2m + 4)$ با یکدیگر مساوی باشند، در این صورت مقدار m کدام است؟

- ۱) -1 ۲) 1 ۳) -5 ۴) 5

۱۲) کدام گزینه نمایش یک تابع نیست؟

- ۱) $f = \{(0, -1), (4, 2), (3, -9), (4, 6)\}$
 ۲) $g = \{(-2, 1), (4, 3), (1, 3), (5, 2)\}$
 ۳) $h = \{(10, 0), (4, 6), (-3, 3), (-1, -1)\}$
 ۴) $t = \{(-6, 4), (4, 1), (3, 11), (0, -4)\}$

۱۳) در تابع $f(x) = \frac{4x - 3}{2}$ اگر $A = \{2, 3, a, -1\}$ و $B = \{2/5, 3, 5, b\}$ باشند، حاصل $a - b$ کدام است؟

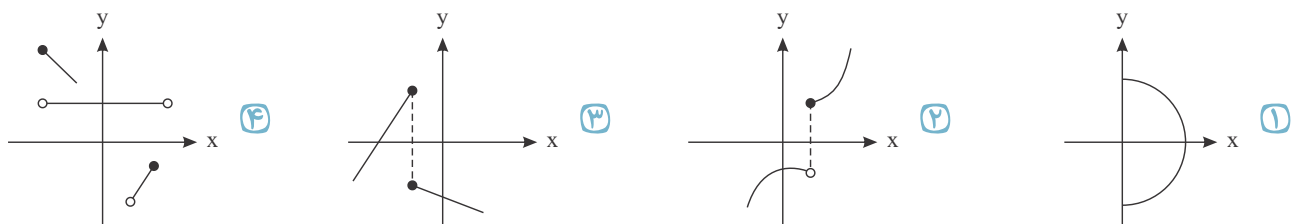
- ۱) $6/25$ ۲) $7/25$ ۳) $7/75$ ۴) $6/75$

۱۴) چند مورد از توصیف‌های زیر، بیانگر تابع هستند؟

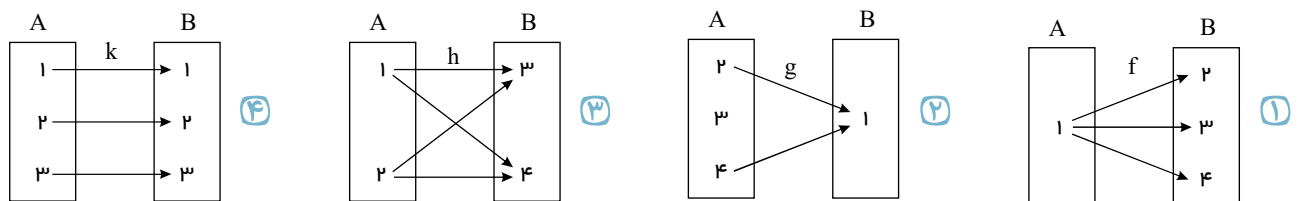
- الف) رابطه‌ای که به هر استان ایران، نام مرکز استان آن را نسبت می‌دهد.
 ب) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، مقسوم‌علیه‌های زوج آن را نسبت می‌دهد.
 ج) رابطه‌ای که به هر فرد، تعداد دندان‌های خرابش را نسبت می‌دهد.
 د) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، جذرش را نسبت می‌دهد.
 هـ) رابطه‌ای که به عدد محیط چهارضلعی، عدد مساحتش را نسبت می‌دهد.

- ۱) 1 ۲) 2 ۳) 4 ۴) 3

۱۵) کدام یک از نمودارهای زیر تابع است؟



۱۶) کدام نمودار زیر بیان گر یک تابع است؟



۱۷) در تابع خطی f داریم $f(2) = 5$ و $f(5) = 8$ آنگاه شیب خط نمودار f کدام است؟

- ۱) 2 ۲) 3 ۳) -1 ۴) 1

۱۸) اگر $f(x) = |2x^2 - 4x|$ باشد و $g = \{(2, 3), (0, 1), (-2, 6)\}$ باشد، حاصل $\frac{f(3) \times g(0)}{g(2)}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) 2 ۴) $\frac{1}{2}$

۱۹ در تابع $f = \{(2, 3), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $f(4) - 2f(2)$ کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۰ دامنه تابع زیر برابر کدام مجموعه است؟

$$f(x) = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 7), (0, 0)\}$$

{0, 1, 2, 3, 5} (۴)

{0, 1, 2, 3, 4} (۳)

{0, 2, 3, 4, 7} (۲)

{0, 1, 2, 3, 7} (۱)



پاسخنامه تشریحی

گزینه ۴ صحیح است، زیرا در گزینه‌های ۱، ۲، و ۳، خطی موازی محور y ها می‌توان رسم کرد که نمودار تابع را در بیشتر از یک نقطه قطع می‌کند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

در نمایش تابع با زوج مرتب مؤلفه‌های اول هر دو زوج مرتب متمایز باید متفاوت باشند، بنابراین در صورت برابری مؤلفه‌های اول، مؤلفه‌های دوم نیز برابرند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

$$f = \{(3, a + 2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a - b)\}$$

$$\begin{cases} (3, a + 2b) \in f \\ (3, 7) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است } f} a + 2b = 7, \quad \begin{cases} (5, 4) \in f \\ (5, 2a - b) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است } f} 2a - b = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a+2b=7} b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

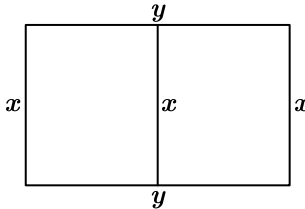
برای به دست آوردن عناصر f کفایت زوج مرتب‌های مجموعه اول و زوج مرتب‌های مجموعه دوم را به صورت مجزا از هم بدست آورد و اجتماع بگیریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

$$\{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} = \{(0, 0^2), (1, 1^2), (2, 2^2)\} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$f = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\} \cup \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

پس رابطه f دارای ۹ عضو متمایز است.

با توجه به اطلاعات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)



$$2y + 3x = 210 \Rightarrow 2y = 210 - 3x \Rightarrow y = 105 - \frac{3}{2}x$$

$$\xrightarrow{y > 0} 105 - \frac{3}{2}x > 0 \Rightarrow x < 70 \xrightarrow{x > 0} 0 < x < 70$$

$$\text{مساحت } S = xy \Rightarrow S(x) = x(105 - \frac{3}{2}x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$$

چون تابع خطی f به ازای هر مقدار m از نقطه (a, b) می‌گذرد می‌توان دو مقدار $m = 1$ و $m = 0$ را قرار داد. در نتیجه: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

$$\xrightarrow{m=0} b = \frac{1}{2}a - 0 + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{m=1} b = (\frac{1-1}{2})a - 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

مقدار $b = -\frac{1}{2}$ را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و a را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

با توجه به اطلاعات داده شده داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶)

$$f(1) = 2a - 1 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} + b = 2a - 1 \quad (1)$$

$$f(-\frac{a}{2}) = 2 \Rightarrow \frac{-4}{a+2}(-\frac{a}{2}) + b = 2 \Rightarrow b = 2 - \frac{2a}{a+2} \quad (2)$$

مقدار b را از رابطه (۲) جایگزین در رابطه (۱) می‌کنیم:

$$\frac{-4}{a+2} + (2 - \frac{2a}{a+2}) = 2a - 1 \Rightarrow -\frac{4}{a+2} - \frac{2a}{a+2} - \frac{2a^2 + 4a}{a+2} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{-2a^2 - 6a - 4}{a+2} = -3 \Rightarrow -2a^2 - 6a - 4 = -3a - 6 \Rightarrow 2a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{5} = 3,2 \\ a_2 = \frac{-3-5}{4} = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

در زوج مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول یکسان مؤلفه‌های دوم را برابر قرار می‌دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$(a, m^2 - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 5$$

$$(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(b, x - y) = (b, m^2) \Rightarrow x - y = m^2 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20.5$$

چون f تابع است، پس هر دو زوج مرتبی که دارای مؤلفه اول یکسان باشند، باید مؤلفه‌های دوم آنها نیز برابر باشند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\begin{cases} (1, x - 2y) \\ (1, -7) \end{cases} \Rightarrow x - 2y = -7$$

$$\begin{cases} (9, 5) \\ (9, x + y) \end{cases} \Rightarrow x + y = 5 \Rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 + 16 = 17 \\ -x - 4y = -1 - 16 = -17 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{17}{-17} = -1$$

چون سه نقطه روی یک خط قرار دارند، شیب خط گذرنده از نقاط $(-1, 3)$ و $(1, -4)$ با شیب خط گذرنده از نقاط $(-2, a)$ و $(-1, 3)$ برابر است. در نتیجه: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\frac{3 - (-4)}{-1 - 1} = \frac{a - 3}{-2 - (-1)} \Rightarrow \frac{7}{-2} = \frac{a - 3}{-1} \Rightarrow -2a + 6 = -7 \Rightarrow -2a = -13 \Rightarrow a = 6.5$$

یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر یا مربوط کرد. بنابراین گزینه ۲، صحیح است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

دو زوج مرتب زمانی با یکدیگر مساوی‌اند که مؤلفه‌های آن نظیر به نظیر با یکدیگر باشند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$(-1, 2m + 4) = (-1, -6) \Rightarrow 2m + 4 = -6$$

$$\Rightarrow 2m = -6 - 4 \Rightarrow 2m = -10 \Rightarrow m = -5$$

یک رابطه به صورت زوج مرتب زمانی تابع است که به ازای هر x تنها یک y داشته باشیم. در غیر اینصورت تابع نیست. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$f = \{(0, -1), (4, 2), (3, -9), (4, 6)\}$$

به ازای $x = 4$ دو مقدار $y = 2, y = 6$ داریم، پس تابع نیست.

با توجه به آنکه f تابعی با دامنه A و برد B عضو A است. پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$f(-1) = \frac{4(-1) - 3}{2} = -\frac{7}{2} = -3.5 \in B \Rightarrow b = -3.5$$

$$f(2) = \frac{4 \times 2 - 3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$f(3) = \frac{4 \times 3 - 3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$f(a) = \frac{4a - 3}{2} = 5 \Rightarrow 4a - 3 = 10 \Rightarrow 4a = 13 \Rightarrow a = \frac{13}{4} = 3.25$$

$$\Rightarrow a - b = 3.25 + 3.5 = 6.75$$

می‌دانیم یک رابطه از A به B وقتی تابع است که به ازای هر ورودی از A فقط یک خروجی از B داشته باشیم. پس روابط (ب) و (ه) تابع نیستند؛ زیرا در رابطه ۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

(ب) اگر مثلاً عدد ۱۰ را انتخاب کنیم، مقسوم‌علیه‌های زوج آن عبارتند از ۲ و ۱۰. در رابطه (ه) هم می‌توان برای محیط ۱۰ دو عدد مساحت ۴ و ۶ را نسبت داد. به شکل‌های زیر توجه کنید.



نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با توجه به شکل‌ها، تنها نمودار گزینه ۲، مربوط به یک تابع است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

نمودار پیکانی مربوط به یک رابطه در صورتی تابع است که از هر عضو مجموعه A دقیقاً و حتماً یک پیکان خارج شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

فرم کلی تابع خطی برابر $y = mx + b$ است و $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$f(2) = 5 \Rightarrow A(2, 5), f(5) = 8 \Rightarrow B(5, 8)$$

$$A = (2, 5), B = (5, 8) \Rightarrow m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \Rightarrow m = \frac{8 - 5}{5 - 2} = \frac{3}{3} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\begin{cases} f(3) = |2(3)^2 - 4(3)| = |18 - 12| = |6| = 6 \\ g(0) = 1, g(2) = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{f(3) \times g(0)}{g(2)} = \frac{6 \times 1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$



$$f = \{(2, 3), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\} \Rightarrow f(2) = 3, \quad f(4) = 2$$

$$\Rightarrow 2f(2) - f(4) = 2(3) - 2 = 4$$

نکته: در نمایش تابع به صورت زوج مرتب مؤلفه‌های اول مربوط به دامنه و مؤلفه‌های دوم مربوط به برد تابع است.

با توجه به نکته بالا دامنه تابع به صورت $\{0, 1, 2, 3, 5\}$ است.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴