

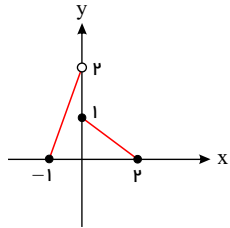
مجموعه تست های جلسه اول درس ریاضی تجربی و حسابان

۱) اگر f تابعی متناوب و دوره تناوب آن ۷ باشد، آنگاه $f(159)$ برابر کدام است؟ ($D_f \in \mathbb{R}$)

- ۱) $f(7)$ ۲) $f(8)$ ۳) $f(6)$ ۴) $f(5)$

۲) اگر شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع متناوب $y = f(x)$ با دوره تناوب ۳ باشد، حاصل $f(-34,5)$ کدام است؟

- ۱) $0,25$ ۲) $0,75$ ۳) $1,25$ ۴) $1,75$



۳) تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه محصور به منحنی f و محور x ها در بازه $[-0,75, 3,25]$ ، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۳,۵ ۴) ۴

۴) اگر $f(x)$ تابعی متناوب با دوره تناوب ۵ و در بازه $[0, 5]$ به صورت $f(x) = 2x - 3$ باشد، مقدار عددی $f(25) + f(32)$ کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) -۴ ۳) ۸ ۴) ۰

۵) دوره تناوب اصلی تابع $y = \sin^3\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$ چند برابر دوره تناوب اصلی $y = 3\cos^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ است؟

- ۱) $\frac{\pi}{9}$ ۲) $\frac{9}{\pi}$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{1}{\pi}$

۶) به ازای چند مقدار a دوره تناوب تابع $f(x) = 3\cos((a^2 + 3)\pi x)$ با دوره تناوب تابع $g(x) = 2\sin(-4a\pi x) + 1$ برابر است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۷) اگر f تابعی متناوب با دوره تناوب ۳ باشد و ضابطه آن برای x های واقع در بازه $[0, 3]$ به صورت $f(x) = 2x - 1$ باشد، مقدار $f(32)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸) اگر دوره تناوب تابع $f(x) = 3\sin(mx) - 2$ برابر $\frac{\pi}{y}$ باشد، دوره تناوب تابع $g(x) = \cos(m-1)x$ کدام می تواند باشد؟

- ۱) $\frac{\pi}{13}$ ۲) $\frac{2\pi}{15}$ ۳) $\frac{\pi}{15}$ ۴) $\frac{2\pi}{17}$

۹) دوره تناوب تابع $f(x) = \left|\cos\frac{\pi}{6}x\right|$ کدام است؟

- ۱) 12π ۲) 6π ۳) ۱۲ ۴) ۶

۱۰) دوره تناوب تابع $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ چند برابر دوره تناوب تابع $y = \left|\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)\right|$ است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{1}{3}$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

می‌دانیم که اگر T دوره تناوب اصلی تابع $f(x)$ باشد آنگاه:

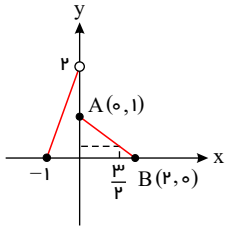
$$f(x + k \cdot T) = f(x)$$

$$f(159) = f(5 + 22 \times 7) = f(5 + 22T) = f(5)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲ اگر T دوره تناوب تابع $y = f(x)$ باشد، آنگاه با شرط $n \in \mathbb{Z}$ رابطه $f(x + nT) = f(x)$ برقرار است. بنابراین:

$$f(-34, 5) = f(1, 5 - \underbrace{12}_{n} \times \underbrace{3}_{T}) = f(1, 5)$$

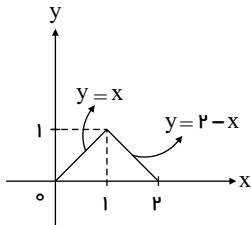
برای تعیین $f(1, 5)$ ، معادله پاره خط AB را تعیین می‌کنیم:



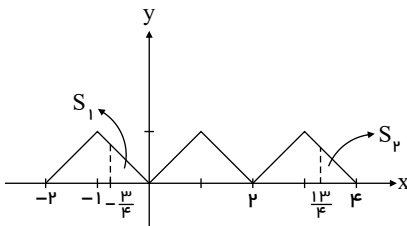
$$A(0, 1), B(2, 0) \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2}$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 0) \xrightarrow{x = \frac{3}{2}} y - 1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 0,25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ نمودار تابع داده شده را در یک دوره تناوبش رسم می‌کنیم.



اکنون شکل را در بازه خواسته شده یعنی $[-\frac{3}{4}, \frac{13}{4}]$ رسم می‌کنیم:



چون $S_1 = S_2$ است بنابراین مساحت خواسته شده دو برابر مساحت یکی از مثلث‌های کامل است، یعنی $2 \times (\frac{2 \times 1}{2}) = 2$.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ چون f تابعی متناوب با دوره تناوب ۵ است؛ داریم:

$$f(0) = f(5) = f(10) = \dots = f(25) = -3$$

به همین دلیل داریم:

$$f(2) = f(7) = \dots = f(32) = 1$$

بنابراین:

$$f(25) + f(32) = -3 + 1 = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ دوره تناوب توابع $y = \sin ax$ و $y = \cos ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ می‌باشد و توجه کنید که توان فرد در دوره تناوب تأثیر ندارد و توان زوج دوره تناوب را نصف می‌کند.

$$y = \sin^2\left(\frac{2\pi}{3}x\right) \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{3}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$$

$$y = 3 \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow T_2 = \frac{\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{پس: } \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{\frac{\pi}{3}} = \frac{9}{\pi}$$

دوره تناوب تابع f برابر $\frac{2\pi}{|(a^2 + 3)\pi|}$ و دوره تناوب تابع g برابر $\frac{2\pi}{|-4a\pi|}$ است. پس: (۱) (۲) (۳) (۴) (۶)

$$\frac{2\pi}{|(a^2 + 3)\pi|} = \frac{2\pi}{|-4a\pi|} \Rightarrow |a^2 + 3| = |4a|$$

$$\begin{cases} a^2 + 3 = 4a \\ a^2 + 3 = -4a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = 3, a = 1 \\ a^2 + 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = -1, a = -3 \end{cases}$$

بنابراین به ازای چهار مقدار a دوره تناوب تابع های f و y برابرند.

ابتدا توجه کنید که: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷)

$$f(32) = f(3 \cdot 0 + 2) = f(3 \times 10 + 2)$$

چون دوره تناوب f برابر ۳ است، پس: $f(32) = f(2)$

و در نتیجه:

$$f(32) = f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$$

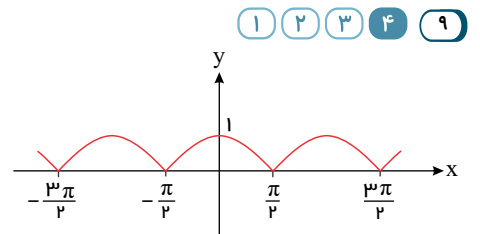
دوره تناوب توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ به صورت $T = \frac{2\pi}{|b|}$ می باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸)

$$f(x) = 3 \sin(mx) - 2 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|m|} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow |m| = 10 \Rightarrow m = \pm 10$$

$$m = 10 \rightarrow g(x) = \cos(m - 1)x = \cos 9x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{9}$$

$$m = -10 \rightarrow g(x) = \cos(m - 1)x = \cos(-11x) = \cos 11x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{11}$$

$$\frac{\pi}{6}x = t \rightarrow y = |\cos t|$$



از روی نمودار مشخص است که دوره تناوب تابع $y = |\cos t|$ برابر π است، پس:

$$\frac{\pi}{6}T = \pi \Rightarrow T = 6$$

روش دوم: دوره تناوب توابع $y = |\sin ax|$ و $y = |\cos ax|$ برابر $T = \frac{\pi}{|a|}$ است، پس:

$$f(x) = \left|\cos \frac{\pi}{6}x\right| \rightarrow T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{6}} = 6$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰)

$$y = 2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$y = \left|\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)\right| \rightarrow T_2 = \frac{\pi}{2}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---

